EXERCICES ** تمارين

Exercice 4.14

Une particule se déplace dans un plan XY selon la loi : $v_x = 4t^3 + 4t$ et $v_y = 4t$.

Si le mobile se trouvait au point $(1,2)$ à l'instant $t = 0$, trouver l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.

التمرين 14.4:

تنتقل جسيمة في المستوى XY وفق القانون $v_x = 4t^3 + 4t$ و $v_y = 4t$. إذا وجد المتحرّك في النقطة $(1,2)$ في اللحظة $t = 0$، أوجد معادلة المسار بالإحداثيات الكارتيزية.

Exercice 4.15

Une particule se déplace dans un plan XY selon la loi : $a_x = -4\sin t$ et $a_y = 3\cos t$.

Sachant que pour $t = 0$ on ait $x = 0$ ، $y = -3$ ، $v_x = 4$ و $v_y = 0$ ، trouver :

1/ l'équation de la trajectoire, quelle est son allure ?

2/ la valeur de la vitesse à l'instant $t = \frac{\pi}{4} s$.

التمرين 15.4:

تنتقل جسيمة في المستوى XY وفق القانون $a_x = -4\sin t$ و $a_y = 3\cos t$. علما أنه من أجل $t = 0$ لدينا $x = 0$ ، $y = -3$ ، $v_x = 4$ و $v_y = 0$ ،

أوجد:

1/ معادلة المسار، ما شكله؟

2/ قيمة السرعة في اللحظة $t = \frac{\pi}{4} s$.

Exercice 4.16

Soit le mouvement défini par sa trajectoire $y = 3(x+2)$ et son équation horaire $s(t) = 2t^2$. Sachant que $x = -2$ et $y = 0$ quand $s(0) = 0$ et que s croit avec la croissance de y :

1/ trouver les équations paramétriques $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement,

2/ déterminer l'accélération normale et l'accélération tangentielle du mouvement.

التمرين 16.4:

لتكن الحركة المعرّفة بمسارها $y = 3(x+2)$ و بمعادلتها الزمنية $s(t) = 2t^2$. علما أن $x = -2$ و $y = 0$ لمّا $s(0) = 0$، كما أن s يتزايد مع تزايد y :

1/ أوجد المعادلتين الوسيطيتين $x(t)$ و $y(t)$ للحركة،

2/ حدد التسارع الناظمي و التسارع المماسي للحركة.

Exercice 4.17

On donne les équations paramétriques de la trajectoire plane d'un point mobile par rapport à un référentiel : $x = 2t$ et $y = 4t^2 - 4t$

1/ Déterminer l'équation de la trajectoire, Quelle est son allure ?

2/Calculer la vitesse du mobile,

3/Montrer que son accélération est constante,

4/Déterminer les composantes normale et tangentielle de l'accélération dans un repère de Frenet.

5/En déduire le rayon de courbure.

التمرين 17.4:

تعطى المعادلتان الوسيطيتان للمسار المستوي لمتحرّك بالنسبة لمرجع: $x = 2t$ و $y = 4t^2 - 4t$.

1/ حدّد معادلة المسار، ما شكله؟

2/أحسب سرعة المتحرّك،

3/ برهن أن تسارعه ثابت،

4/ حدّد المركبتين الناظمية و المماسية للتسارع في معلم فرينت،

5/ إستنتج نصف قطر الانحناء.

Exercice 4.18

Le plan est rapporté à un repère orthonormé xOy d'origine O et de base ($\vec{i}, \vec{j}$). Les coordonnées x et y d'un point M mobile dans le plan ($O, \vec{i}, \vec{j}$) varient avec le temps suivant la loi:

التمرين 18.4:

ينسب المستوى إلى معلم متعامد و متجانس xOy مبدأه O و قاعدته $(\vec{i}, \vec{j})$. تتغير الإحداثيتان x و y

$$x = 2\cos\frac{t}{2} \text{ et } y = 2\sin\frac{t}{2}.$$

1/ Déterminer la nature de la trajectoire,

2/ Déterminer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$,

3/ Déterminer l'expression de la vitesse $\frac{ds}{dt}$, ainsi que celle de l'abscisse curviligne s du point M à l'instant t, en prenant comme condition initiale $s = 0$ quand $t = 0$,

4/ déterminer les composantes normale et tangentielle de l'accélération dans un repère de Frenet,

5/ en déduire le rayon de courbure de la trajectoire.

6/ La trajectoire reste la même, mais maintenant le point M subit une accélération angulaire $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta} = 0,2t$. A quelle date le point M atteindra-t-il une vitesse de $10ms^{-1}$, sachant qu'il est parti du repos. Quelle distance a-t-il alors parcourue ?

لنقطة M متحركة في المستوى $(O,\vec{i},\vec{j})$ مع الزمن حسب القانون : $x = 2\cos\frac{t}{2}$ و $y = 2\sin\frac{t}{2}$.

1/ حدد طبيعة المسار.

2/ حدد مركبتي شعاع السرعة $\vec{v}$ ،

3/ حدد عبارة السرعة $\frac{ds}{dt}$ و كذا عبارة الإحداثية s المنحنية لنقطة M في اللحظة t، بأخذ الشرط الإبتدائي $s = 0$ لما $t = 0$ ،

4/ حدد المركبتين المماسية و الناظمية للتسارع في معلم فرينت،

5/ إستنتج نصف قطر الانحناء.

6/ المسار باق على حاله في حين تتأثر النقطة M بتسارع زاوي $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta} = 0,2t$. في أي لحظة تبلغ النقطة M سرعة $10ms^{-1}$ ، علما أنها انطلقت من السكون. ما هي المسافة التي قطعتها؟

Exercice 4.19

Une particule soumise à des champs électriques et magnétiques complexes est en mouvement dans un référentiel galiléen. Les équations horaires sont, en coordonnées polaires : $r = r_0 e^{-\frac{t}{b}}$ et $\theta = \frac{t}{b}$, $_0$ et b sont des constantes positives.

1/ Calculer le vecteur vitesse de la particule,

2/ Montrer que l'angle $(\vec{v},\vec{u}_\theta)$ est constant. Que vaut cet angle ?

3/ Calculer le vecteur accélération de la particule,

4/ Montrer que l'angle $(\vec{a},\vec{u}_N)$ est constant. Que vaut cet angle ? (On se servira de la question2),

5/ Calculer le rayon de courbure de la trajectoire.

التمرين 19.4:

تنتقل جسيمة خاضعة لحقول كهربائية و مغناطيسية معقدة في مرجع غليلي. المعادلتان الزمنيتان بالإحداثيات القطبية هما $r = r_0 e^{-\frac{t}{b}}$ و $\theta = \frac{t}{b}$ ، $_0$ و b ثابتان موجبان.

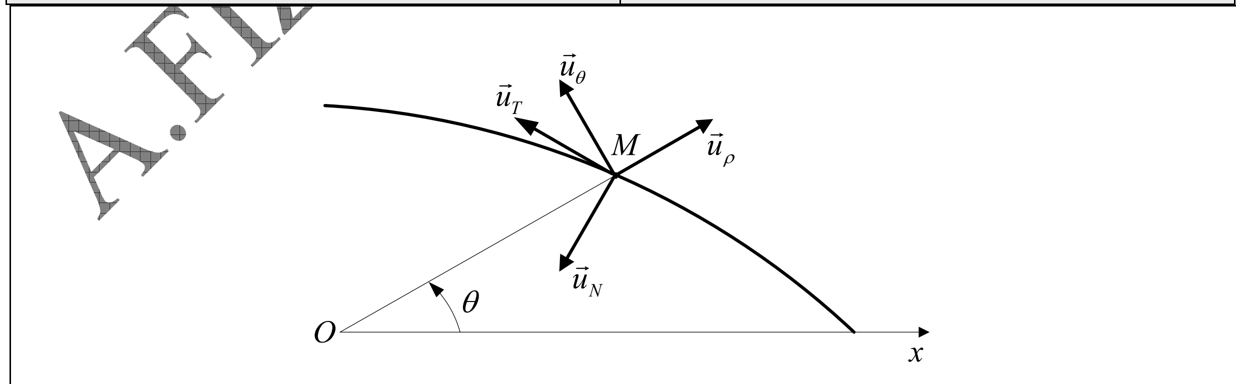
1/ أحسب شعاع السرعة للحركة،

2/ بيّن أن الزاوية $(\vec{v},\vec{u}_\theta)$ ثابتة. كم تساوي هذه الزاوية؟

3/ أحسب شعاع التسارع للحركة،

4/ بيّن أن الزاوية $(\vec{a},\vec{u}_N)$ ثابتة. كم تساوي هذه الزاوية؟(نستعين بالسؤال2)،

5/ أحسب نصف قطر انحناء المسار.



Exercice 4.20

Un bras OA tournant avec une vitesse ω autour

التمرين 20.4:

مدور OA يدور بسرعة زاوية ثابتة ω حول محور

d'un axe O, est articulé en A avec une tige AB. La tige AB est solidaire d'un curseur B pouvant coulisser le long de l'axe Ox. le bras et la tige peuvent se croiser lorsque la tige passe par derrière l'articulation en O. Sachant que $AB = L$ et $OA = R$:

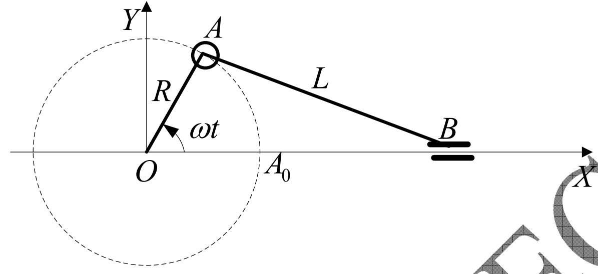
1/ trouver l'équation horaire du mouvement de B, sachant que B passe en A_0 au temps $t = 0$,

2/ à quel instants la vitesse s'annule-t-elle ?

O، و مشترك بواسطة مفصل عند A مع قضيب AB . القضيب AB متمفصل عند B بواسطة زلاقة قابلة للانزلاق على طول المحور Ox. يمكن للقضيبين OA و AB أن يتقاطعا في حين تمرّ الزلاقة خلف المفصل O . إذا كان $AB = L$ و $OA = R$:

1/ أوجد المعادلة الزمنية لحركة B علما أن A يمرّ في A_0 عند الزمن $t = 0$،

2/ في أي لحظات تنعدم السرعة؟



Exercice 4.21

Dans le plan (XOY) d'un repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, un point P se déplace sur un cercle de rayon R et de centre $I(R,0,0)$.

A l'instant $t = 0$, P se trouve en $A(2R,0,0)$ et possède la vitesse positive $\vec{v}_0\,(0,v_0,0)$.

On désigne par et θ les coordonnées polaires de P.

1/ Former l'équation polaire du cercle, en déduire son équation cartésienne.

2/ Représenter sur la figure la base polaire $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$ de P. Calculer en fonction de θ et de ses dérivées successives par rapport au temps les composantes polaires des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et $\vec{a}$ de P dans le repère $(O,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{k})$.

3/ Soit s l'abscisse curviligne de P (l'origine est en A).

- Donner l'expression de s en fonction de θ.
- Représenter sur la figure la base intrinsèque $(\vec{u}_T,\vec{u}_N)$ de P.
- Calculer en fonction de θ et de ses dérivées successives par rapport au temps les composantes de $\vec{v}_0$ et $\vec{a}$ dans cette base.
- Calculer les composantes polaires de $\vec{u}_T$ et de $\vec{u}_N$. Retrouver dans ces conditions les composantes polaires de $\vec{v}_0$ et $\vec{a}$.

4/ On désigne par ω la vitesse angulaire de P, dont on suppose dans tout ce qui suit qu'elle est constante.

التمرين 21.4:

في مستو (XOY) لمعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، تنتقل نقطة P على دائرة نصف قطرها R و مركزها $I(R,0,0)$.

في اللحظة $t = 0$، توجد P في $A(2R,0,0)$ و تكسب السرعة الموجبة $\vec{v}_0\,(0,v_0,0)$.

نرمز إلى الإحداثيات القطبية لـــ P بـــ و θ .

1/ كوّن المعادلة القطبية للدائرة، إستنتج معادلتها الديكارتية.

2/ مثّل على الشكل القاعدة القطبية $(\vec{u}_r,\vec{u}_\theta)$ لـــ P . أحسب بدلالة θ و مشتقاتها المتتالية بالنسبة للزمن إحداثيات شعاعي السرعة $\vec{v}$ و التسارع $\vec{a}$ لـــ P في المعلم $(O,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{k})$.

3/ لتكن الفاصلة المنحنية s لـــ P (المبدأ في A):

- إعط عبارة s بدلالة θ،
- مثّل على الشكل القاعدة الذاتية $(\vec{u}_T,\vec{u}_N)$ لـــ P .
- أحسب بدلالة θ و مشتقاتها المتتالية بالنسبة للزمن إحداثيات $\vec{v}_0$ و $\vec{a}$ في هذا المعلم .
- أحسب المركبتين القطبيتين $\vec{u}_T$ و $\vec{u}_N$.
- أوجد من جديد في هذه الشروط المركبتين القطبيتين لـــ $\vec{v}_0$ و $\vec{a}$.

4/ نرمز بـــ ω للسرعة الزاوية لـــ P، والتي نعتبرها في كل ما يتبع ثابتة.

- إعط بدلالة t ، عبارتي θ ثم .
- إستنتج عبارتي $\vec{v}$ و $\vec{a}$ في القاعدتين القطبية و

• Donner en fonction de t, les expressions de θ puis de . • En déduire les expressions de $\vec{v}$ et $\vec{a}$ en fonction de t de $\vec{v}_0$ et $\vec{a}$ dans les bases polaire et de Frenet.	قاعدة فرينت.